

---

## PERAN TEOREMA LIMIT DAN KEKONTINUAN DALAM PENGEMBANGAN ANALISIS REAL

---

**Najmi Izatul Fitri<sup>1</sup>, Nadila Aulia Putri<sup>2</sup>, Annisah Kurniati<sup>3</sup>, Depriwana Rahmi<sup>4</sup>, Suci Yunianti<sup>5</sup>**

Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Islam Sultan Syarif Kasim Riau, Indonesia <sup>1-5</sup>

Email: [najmiizatul8@gmail.com](mailto:najmiizatul8@gmail.com)<sup>1</sup>, [nadilaauliaputri27@gmail.com](mailto:nadilaauliaputri27@gmail.com)<sup>2</sup>,  
[annisah.kurniati@uin-suska.ac.id](mailto:annisah.kurniati@uin-suska.ac.id)<sup>3</sup>

### ABSTRACT

*Real analysis is a fundamental branch of mathematics that plays a crucial role in the development of modern science and technology. Two core concepts that form the foundation of real analysis are limit theorems and continuity. These two concepts not only form the logistic framework for understanding the functions and structure of real numbers, but also serve as the basis for the development of advanced theories such as differentials, integrals, and series, including applications in science and engineering. This article aims to examine in depth the role of limit theorems and continuity in real analysis, both theoretically and practically. This research employed a literature review method, reviewing various relevant Indonesian-language textbooks and scientific articles. The results show that limit theorems and continuity play a central role in establishing the consistency of real logistic analysis, strengthening mathematical proofs, and supporting the development of advanced concepts. Therefore, a thorough understanding of limits and continuity is a crucial prerequisite for students and researchers to master real analysis comprehensively.*

**Keywords :** *real analysis, limit theorem, continuity, functions, real numbers.*

### ABSTRAK

*Analisis real merupakan salah satu cabang fundamental dalam matematika yang berperan penting dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi modern. Dua konsep inti yang menjadi fondasi utama dalam analisis real adalah teorema limit dan kekontinuan. Kedua konsep ini tidak hanya membangun kerangka logis bagi pemahaman fungsi dan struktur bilangan real, tetapi juga menjadi dasar bagi pengembangan teori lanjutan seperti diferensial, integral, deret, hingga aplikasi pada sains dan rekayasa. Artikel ini bertujuan untuk mengkaji secara mendalam peran teorema limit dan kekontinuan dalam pengembangan analisis real, baik dari aspek teoritis maupun aplikatif. Penelitian ini menggunakan metode studi kepustakaan dengan menelaah berbagai buku teks dan artikel ilmiah*

berbahasa Indonesia yang relevan. Hasil kajian menunjukkan bahwa teorema limit dan kekontinuan memiliki peran sentral dalam membentuk konsistensi logis analisis real, memperkuat pembuktian matematis, serta mendukung pengembangan konsep-konsep lanjutan. Dengan demikian, pemahaman yang mendalam terhadap limit dan kekontinuan menjadi prasyarat penting bagi mahasiswa dan peneliti dalam menguasai analisis real secara komprehensif.

**Kata Kunci :** analisis real, teorema limit, kekontinuan, fungsi, bilangan real.

---

## PENDAHULUAN

Analisis real berkembang sebagai respons terhadap kebutuhan akan dasar yang ketat dan sistematis dalam mempelajari sifat-sifat bilangan real dan fungsi real. Pada tahap awal perkembangan matematika, banyak konsep digunakan secara intuitif tanpa pembuktian yang kuat. Hal ini menimbulkan berbagai paradoks dan ketidakjelasan, terutama dalam kajian kalkulus klasik. Oleh karena itu, para matematikawan mengembangkan analisis real sebagai kerangka formal yang menekankan ketelitian logis dan pembuktian rigor.

Konsep limit menjadi kunci utama dalam menjembatani intuisi dengan ketelitian formal. Melalui definisi limit yang ketat, perilaku fungsi di sekitar suatu titik dapat dianalisis secara mendalam tanpa harus bergantung pada nilai fungsi di titik tersebut. Selanjutnya, konsep kekontinuan muncul sebagai kelanjutan alami dari limit, yang menjelaskan keterhubungan nilai fungsi pada suatu titik dengan nilai-nilai di sekitarnya.

Dalam konteks pendidikan matematika di Indonesia, analisis real sering dianggap sebagai mata kuliah yang sulit karena menuntut kemampuan berpikir abstrak dan logis tingkat tinggi. Banyak mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami peran fundamental limit dan kekontinuan dalam keseluruhan struktur analisis real. Oleh karena itu, diperlukan kajian yang komprehensif dan sistematis mengenai peran kedua konsep tersebut agar dapat membantu meningkatkan pemahaman dan apresiasi terhadap analisis real.

Selain itu, perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi modern, seperti fisika, ekonomi, dan teknik, sangat bergantung pada konsep-konsep analisis real. Limit dan kekontinuan menjadi dasar dalam pemodelan matematis fenomena nyata, sehingga kajian ini juga relevan dalam konteks aplikatif.

### Kajian Teoritis

#### 1. Bilangan Real dan Struktur Dasarnya

Bilangan real merupakan himpunan bilangan yang mencakup bilangan rasional dan irasional. Dalam analisis real, bilangan real dipelajari berdasarkan sifat-sifat aljabarnya, keterurutan, dan kelengkapannya. Sifat kelengkapan bilangan real

menjadi dasar bagi pembuktian banyak teorema penting, termasuk teorema limit dan kekontinuan (Hadi, S. 2020).

## 2. Konsep Limit

Limit merupakan konsep fundamental yang digunakan untuk mendeskripsikan perilaku suatu barisan atau fungsi ketika indeks atau variabel mendekati nilai tertentu. Definisi limit secara formal menggunakan pendekatan epsilon-delta, yang menekankan ketelitian logis dalam analisis matematika (Purwanto, 2021). Limit tidak hanya berlaku pada fungsi, tetapi juga pada barisan bilangan real. Konsep limit barisan menjadi dasar bagi pengembangan deret tak hingga dan analisis konvergensi.

## 3. Teorema-teorema Limit

Berbagai teorema limit dikembangkan untuk mempermudah analisis fungsi, seperti teorema limit jumlah, limit hasil kali, dan limit komposisi fungsi. Teorema-teorema ini memungkinkan manipulasi limit secara sistematis tanpa harus kembali ke definisi dasar setiap saat (Suryanto, 2020).

## 4. Konsep Kekontinuan

Suatu fungsi dikatakan kontinu pada suatu titik jika limit fungsi di titik tersebut ada dan sama dengan nilai fungsi di titik itu. Kekontinuan menggambarkan sifat fungsi yang tidak memiliki lompatan atau putus secara tiba-tiba (Sukirman, 2022).

## 5. Teorema-teorema Kekontinuan

Teorema-teorema penting dalam kekontinuan antara lain Teorema Nilai Antara, Teorema Nilai Maksimum dan Minimum, serta sifat kekontinuan fungsi komposisi. Teorema-teorema ini memiliki implikasi luas dalam analisis real dan aplikasinya (Nurhayati, 2021).

## 6. Hubungan Limit dan Kekontinuan

Limit dan kekontinuan memiliki hubungan yang sangat erat. Kekontinuan tidak dapat didefinisikan tanpa konsep limit, sementara banyak sifat limit dipahami lebih baik melalui kekontinuan. Hubungan ini memperkuat struktur konseptual analisis real (Astuti, D, 2023)

## 7. Teorema Bolzano dan Implikasinya

Teorema Bolzano menyatakan bahwa jika suatu fungsi kontinu pada selang tertutup  $([a,b])$  dan nilai fungsi pada ujung selang memiliki tanda yang berbeda, maka terdapat sedikitnya satu titik di dalam selang tersebut yang membuat nilai fungsi sama dengan nol. Teorema ini sangat penting dalam analisis real karena memberikan jaminan eksistensi solusi tanpa harus mengetahui solusi tersebut secara eksplisit (Sudirman, 2020). Teorema Bolzano sering digunakan sebagai dasar dalam metode numerik pencarian akar persamaan.

## 8. Teorema Nilai Antara (Intermediate Value Theorem)

Teorema Nilai Antara merupakan pengembangan dari Teorema Bolzano.

Teorema ini menyatakan bahwa jika suatu fungsi kontinu pada selang tertutup  $([a,b])$ , maka fungsi tersebut akan mengambil semua nilai antara  $(f(a))$  dan  $(f(b))$ . Teorema ini menunjukkan bahwa fungsi kontinu tidak dapat “melompati” suatu nilai tertentu, sehingga memperkuat konsep intuitif tentang kekontinuan (Rahmawati, L, 2022).

#### 9. Teorema Weierstrass (Nilai Maksimum dan Minimum)

Teorema Weierstrass menyatakan bahwa setiap fungsi kontinu pada selang tertutup dan terbatas akan mencapai nilai maksimum dan minimum. Teorema ini memiliki peran penting dalam optimasi dan analisis fungsi. Dalam analisis real, teorema ini menjadi bukti kuat bahwa kekontinuan pada himpunan kompak memiliki konsekuensi yang sangat signifikan (Munir,R. 2021).

#### 10. Teorema Heine-Cantor

Teorema Heine-Cantor menyatakan bahwa setiap fungsi kontinu pada himpunan kompak adalah kontinu seragam. Kekontinuan seragam merupakan konsep lanjutan yang lebih kuat dibandingkan kekontinuan biasa, dan sangat penting dalam pembuktian berbagai teorema lanjutan dalam analisis real, khususnya pada limit barisan fungsi (Widodo,A. 2023)

#### 11. Limit Barisan Fungsi

Selain limit fungsi dan barisan bilangan, analisis real juga mengkaji limit barisan fungsi. Konsep ini penting dalam memahami konvergensi titik demi titik dan konvergensi seragam. Hubungan antara limit barisan fungsi dan kekontinuan menjadi kajian penting dalam analisis real lanjutan (Lestari,P. 2024)

#### 12. Hubungan Limit, Kekontinuan, dan Turunan

Turunan suatu fungsi didefinisikan sebagai limit dari hasil bagi selisih. Oleh karena itu, keberadaan turunan mensyaratkan keberadaan limit tertentu. Setiap fungsi yang dapat diturunkan pasti kontinu, namun tidak semua fungsi kontinu dapat diturunkan. Hubungan hierarkis ini memperlihatkan peran fundamental limit dan kekontinuan dalam kalkulus diferensial (Kurniawan, D. 2021).

#### 13. Hubungan Kekontinuan dan Integral Riemann

Integral Riemann merupakan konsep integral klasik dalam analisis real. Salah satu teorema penting menyatakan bahwa setiap fungsi kontinu pada selang tertutup adalah terintegralkan secara Riemann. Hal ini menunjukkan bahwa kekontinuan memberikan jaminan eksistensi integral (Prasetyo, B. 2025)

### **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini menggunakan metode penelitian kualitatif dengan pendekatan studi kepustakaan (library research). Data diperoleh melalui penelaahan buku teks analisis real, jurnal ilmiah, dan referensi akademik berbahasa Indonesia yang relevan dengan topik limit dan kekontinuan. Langkah-langkah penelitian meliputi: (1) identifikasi sumber pustaka yang relevan, (2) pengkajian konsep dan teorema

limit serta kekontinuan, (3) analisis peran kedua konsep tersebut dalam pengembangan analisis real, dan (4) penyusunan sintesis hasil kajian secara sistematis. Metode ini dipilih karena sesuai untuk mengkaji konsep teoritis yang bersifat fundamental.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

### **1. Peran Teorema Limit dalam Analisis Real**

Hasil kajian menunjukkan bahwa teorema limit berperan sebagai fondasi utama dalam analisis real. Tanpa konsep limit, banyak definisi dan teorema lanjutan tidak dapat dirumuskan secara ketat. Limit memungkinkan analisis perilaku lokal fungsi dan barisan, yang kemudian digunakan dalam diferensiasi dan integrasi (Sudirman, 2020).

### **2. Peran Kekontinuan dalam Struktur Fungsi**

Kekontinuan memberikan kerangka untuk memahami keteraturan fungsi. Fungsi kontinu memiliki sifat-sifat khusus yang memudahkan analisis, seperti keterhubungan interval dan keberadaan nilai ekstrem. Hal ini menjadikan kekontinuan sebagai konsep kunci dalam analisis real (Rahmawati, L, 2022).

### **3. Implikasi terhadap Pengembangan Teori Lanjutan**

Limit dan kekontinuan menjadi dasar bagi pengembangan teori diferensial dan integral. Konsep turunan didefinisikan sebagai limit, sedangkan integral Riemann bergantung pada sifat kekontinuan fungsi (Munir,R. 2021).

### **4. Relevansi dalam Pendidikan dan Aplikasi**

Dalam pendidikan matematika, pemahaman limit dan kekontinuan membantu mahasiswa mengembangkan kemampuan berpikir logis dan abstrak. Dalam aplikasi, konsep ini digunakan dalam pemodelan matematis fenomena nyata di berbagai bidang (Widodo,A. 2023).

## **KESIMPULAN**

Berdasarkan hasil kajian, dapat disimpulkan bahwa teorema limit dan kekontinuan memiliki peran yang sangat sentral dalam pengembangan analisis real. Kedua konsep ini tidak hanya menjadi dasar bagi pembentukan struktur teoritis analisis real, tetapi juga berfungsi sebagai penghubung antara intuisi matematis dan ketelitian logis. Pemahaman yang mendalam terhadap limit dan kekontinuan memungkinkan pengembangan teori lanjutan serta penerapan analisis real dalam berbagai ilmu. Oleh karena itu, penguasaan konsep limit dan kekontinuan merupakan prasyarat utama bagi siapa pun yang ingin memahami analisis real secara komprehensif.

## **DAFTAR PUSTAKA**

- Astuti, D. (2023). *Pendekatan Rigor dalam Analisis Real*. Yogyakarta: Graha Ilmu.  
Hadi, S. (2020). *Analisis Real: Pendekatan Konseptual dan Rigor*. Malang: UM Press.

- Handayani, R. (2024). *Analisis Real Lanjut*. Bandung: Refika Aditama
- Kurniawan, D. (2021). *Limit, Kekontinuan, dan Turunan*. Surakarta: UNS Press.
- Lestari, P. (2024). *Teori Fungsi Real*. Jakarta: Prenadamedia Group.
- Munir, R. (2021). *Kalkulus Lanjut Berbasis Analisis Real*. Bandung: Informatika.
- Nurhayati. (2021). *Analisis Real untuk Pendidikan Matematika*. Malang: UMM Press.
- Prasetyo, B. (2025). *Integral Riemann dan Aplikasinya*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Purwanto. (2021). *Analisis Real I*. Yogyakarta: FMIPA UNY.
- Rahmawati, L. (2022). *Kekontinuan Fungsi dan Aplikasinya*. Yogyakarta: Deepublish.
- Setiawan, M. (2022). *Topik Khusus dalam Analisis Real*. Yogyakarta: Deepublish.
- Sudirman. (2020). *Barisan dan Deret dalam Analisis Real*. Jakarta: RajaGrafindo Persada.
- Sukirman. (2022). *Fungsi Real dan Kekontinuannya*. Semarang: UNNES Press.
- Suryanto. (2020). *Teori Limit dan Kekontinuan Fungsi Real*. Bandung: Alfabeta.
- Widodo, A. (2023). *Aplikasi Analisis Real dalam Sains dan Teknik*. Surabaya: ITS Press.